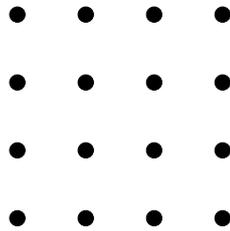


Introduction à la théorie de l'informatique

Répétition 9

Année académique 2011-2012

1. Considérons un ensemble de 16 points disposés de la façon suivante :



Combien de triangles dont les sommets sont sur ces points peut-on former ?

Remarque : un triangle ne peut jamais avoir une aire nulle.

2. De combien de manières peut-on asseoir n couples autour d'une table ronde de $2n$ places de telle façon que, pour chaque couple, les deux personnes le formant occupent des places adjacentes ?
3. On désire acheter 12 pâtisseries. Combien d'options différentes a-t-on si l'on peut choisir parmi 5 variétés, et que l'on veut acheter au moins une pâtisserie de chaque sorte ?
4. Une épicière vend 6 sortes de pommes. Combien d'options différentes a-t-on si l'on veut acheter 5 pommes, mais pas plus de 2 de chaque sorte ?
5. Démontrez de manière combinatoire que, pour tous $p, n \in \mathbb{N}$, on a

$$\sum_{k=p}^n C_k^p = C_{n+1}^{p+1}.$$

6. En considérant l'ensemble des séquences de longueur n composées de "0", de "1" et d'une seule occurrence du symbole "★", démontrez que

$$n2^{n-1} = \sum_{k=1}^n kC_n^k.$$