

Structures de données et algorithmes

Répétition 9: Graphes

Jean-Michel BEGON – Romain MORMONT
<http://www.montefiore.ulg.ac.be/~jmbegon>

17 mai 2019

Exercice 1

- (a) A quoi ressemble un graphe dont tous les sommets sont de degré 1 exactement ?
- (b) A quoi ressemble un graphe dont tous les sommets sont de degré 2 exactement ?
- (c) Si un graphe non orienté possède n sommets, tous de degré d , combien comporte-t-il d'arêtes ?

Exercice 2

Soit un graphe G dont A est la matrice d'adjacence.

- (a) Caractériser le graphe G' dont A^T est la matrice d'adjacence.
- (b) Quelle interprétation peut-on faire du produit AA ?
- (c) Quelle interprétation peut-on faire du produit A^k ?

Exercice 3

Pour les cas suivants, est-il plus approprié d'utiliser un graphe implémenté par une liste d'adjacences ou par une matrice d'adjacence ? Justifier.

- (a) Le graphe possède 10.000 sommets et 20.000 arêtes et on souhaite minimiser l'espace mémoire utilisé.
- (b) Le graphe possède 10.000 sommets et 2.000.000 arêtes et on souhaite minimiser l'espace mémoire utilisé.
- (c) On souhaite déterminer le plus rapidement possible si deux sommets sont adjacents, peu importe l'espace mémoire requis.

Exercice 4

Illustrer graphiquement l'exécution de l'algorithme de Dijkstra sur le graphe de la Figure 1. On souhaite trouver tous les plus courts chemins à partir du sommet BWI.

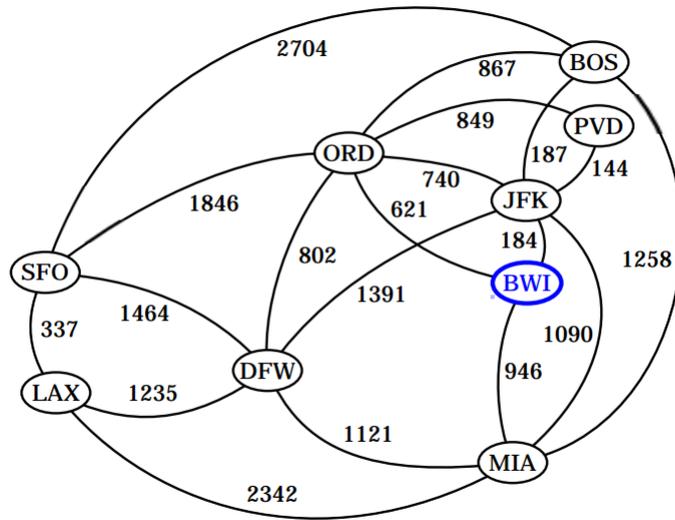


FIGURE 1 – Graphe

Exercice 5

Dans certaines applications (les réseaux notamment), une architecture de graphes est utilisée et un des nœuds joue souvent un rôle spécial par rapport aux autres (e.g., un serveur de fichiers au sein d'un réseau d'ordinateurs). Pour obtenir des performances optimales, on souhaiterait placer ce nœud au "centre" du graphe. Pour cela, on définit, étant donné un graphe G et un nœud v , l'excentricité de v comme la longueur du plus long des plus courts chemins entre v et tous les autres nœuds de G . Le centre de G est défini comme le nœud d'excentricité minimale.

- Proposer un algorithme pour calculer le centre d'un graphe G .
- Quelle est sa complexité si G est implémenté par une liste d'adjacences ?
- Quelle est sa complexité si G est implémenté par une matrice d'adjacence ?

Exercice 6

Les échelles de mots est un jeu (inventé par Lewis Carroll) où l'on doit passer d'un mot à un autre en utilisant des mots intermédiaires, et où, à chaque étape, une seule lettre est enlevée, ajoutée ou remplacée par une autre, les autres restant identiques et dans la même position. Toutes les formes grammaticales sont permises. On se restreint ici aux mots de même longueur.

- Passer (en anglais) de LESS à MORE.
- Proposer un algorithme pour résoudre ce problème de façon générique, étant donné une liste de mots de n lettres.